Exercice 1 :

Soit z un nombre complexe différent de 1. On note M le point du plan complexe d'affixe z. On pose $Z = \dfrac{2\mathbf{i}z+1}{z-1}$.

1. Déterminer l'ensemble :
   a) E des points M tels que Z soit réel.
   b) F des points M tels que $|Z| = 2$.
2. Représenter les ensembles E et F dans un même repère orthogonal.

Exercice 2 :

Soit $z = x + \mathbf{i}y$ un nombre complexe distinct de -1. (x et y sont des réels). On note M le point du plan d'affixe z.

On pose $$Z = \frac{\mathbf{i}z}{z+1}$$

1. Exprimer la partie réelle et la partie imaginaire de Z en fonction de x et y.
2. En déduire l'ensemble E des points M tels que $\mathrm{Re}(Z) = 0$ et l'ensemble F des points M tels que $\mathrm{Im}(Z) = 0$.

Exercice 3 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 2\mathbf{i}$, $b = -\sqrt{3} + \mathbf{i}$ et $c = -\sqrt{3} - \mathbf{i}$.

1. Écrire a, b et c sous forme exponentielle. Placer A, B et C sur une figure.
2. Soit $Z = \dfrac{a-b}{c-b}$
   a) Écrire Z sous forme algébrique puis exponentielle.
   b) En déduire la nature du triangle ABC.

Exercice 4 :

On considère le polynôme P, défini sur $\mathbb{C}$, par $P(z) = z^4 + 1$.

1. Vérifier que $z_0 = \mathbf{e}^{\mathbf{i}\frac{\pi}{4}}$ est une racine du polynôme P. En déduire une autre racine z_1.
2. Déterminer trois réels a, b et c tels que $P(z) = Q(z)(az^2 + bz + c)$ où Q est un polynôme de degré 2 que l'on précisera.
3. Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.

Exercice 5 :

On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives :

$$a = -1 + \mathbf{i}\ ;\ b = -1 - \mathbf{i}\ ;\ c = 2\mathbf{i}\ ;\ d = 2 - 2\mathbf{i}$$

1. Placer les points A, B, C et D.
2. Écrire les nombres complexes $\dfrac{c-a}{d-a}$ et $\dfrac{c-b}{d-b}$ sous forme algébrique puis exponentielle.
3. En déduire la nature des triangles ACD et BCD.
4. Montrer que A, B, C et D sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.